Correction

Épreuve anticipée de mathématiques - Sujet 0

Enseignement scientifique - 1er sujet

PREMIÈRE PARTIE : AUTOMATISMES - QCM (6 pts)

1. L'opération qui permet de calculer 25% de 480 est $\frac{1}{4} \times 480$.

En effet, 25% de 480 se calcule par : $\frac{25}{100} \times 480 = \frac{1}{4} \times 480$.
La réponse correcte est donc la réponse d.

2. Voici trois nombres : $A = \frac{1}{5} \quad B = \frac{19}{100} \quad C = 0,21$.
Le classement par ordre croissant de ces trois nombres est : $B < A < C$.

En effet, $A = \frac{1}{5} = 0,2 \quad B = \frac{19}{100} = 0,19 \quad C = 0,21$.

Or $0,19 < 0,2 < 0,21 \implies B < A < C$.
La réponse correcte est donc la réponse c.

3. Voici quatre nombres : $A = \left(\frac{1}{5}\right)^2 \quad B = \left(\frac{1}{2}\right)^5 \quad C = 0,05 \quad D = \left(\frac{1}{3}\right)^3$
Le plus grand de ces quatre nombres est $C = 0,05$.

En effet,

$$A = \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1}{25}\ ; \quad B = \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32}\ ; \quad C = 0,05 = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}\ ; \quad D = \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$$

$$\text{Or} \quad 20 < 25 < 27 < 32 \implies \frac{1}{32} < \frac{1}{27} < \frac{1}{25} < \frac{1}{20}$$

$$\implies B < D < A < C$$

D'où le plus grand de ces quatre nombres est C.
La réponse correcte est donc la réponse c.

4. Un article augmente de 10% puis il augmente encore de 10%.
Après ces deux augmentations, il a augmenté de 21%.

Le prix d'un article est noté P.
Ce prix augmente de 10%.
Le coefficient multiplicateur est alors égal à $1 + 0,1 = 1,1$.
Après cette augmentation, le prix de l'article est : $1,1 \times P$.

Ce prix augmente encore de 10%.
Après cette augmentation, le prix de l'article est : $1,1 \times (1,1 \times P) = 1,21P$.

Le coefficient multiplicateur global est $1,21 = 1 + 0,21$
Il représente ainsi une augmentation globale de 21%.
La réponse correcte est donc la réponse d.

5. Le tiers d'un quart correspond à la fraction $\frac{1}{12}$.

En effet $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$.
La réponse correcte est donc la réponse d.

6. On considère $A = 10 + 0,1 + \frac{1}{1000}$.
On a : $A = 10,101$.

En effet,

$$\begin{aligned} A &= 10 + 0,1 + \frac{1}{1000} \\ &= 10 + 0,1 + 0,001 \\ &= 10,1 + 0,001 \\ &= 10,100 + 0,001 \\ &= 10,101 \end{aligned}$$

$\Longrightarrow \boxed{A = 10,101}$
La réponse correcte est donc la réponse c.

7. On considère $A = 10^{10} + 10^{-10}$.
A est environ égal à 10^{10}.

En effet, $\begin{cases} 10^{10} = 10\,000\,000\,000 \\ 10^{-10} = 0,000\,000\,000\,1 \approx 0 \end{cases} \Longrightarrow \boxed{10^{10} + 10^{-10} \approx 10^{10}}$
La réponse correcte est donc la réponse c.

8. Une durée de 100 minutes correspond à $\frac{5}{3}$ heure.

En effet, 100 minutes = 60 minutes + 40 minutes = 1 heure + 40 minutes.

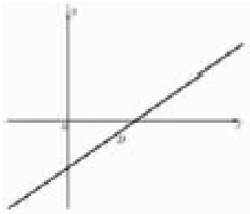
Or 40 minutes $= \frac{40}{60}$ heure $= \frac{2}{3}$ heure.

Nous obtenons ainsi :

$$\begin{aligned} 100 \text{ minutes} &= 1 \text{ heure} + \frac{2}{3} \text{ heure} \\ &= \frac{3}{3} \text{ heure} + \frac{2}{3} \text{ heure} \\ &= \frac{5}{3} \text{ heure} \end{aligned}$$

$\Longrightarrow \boxed{100 \text{ minutes} = \frac{5}{3} \text{ heure}}$
La réponse correcte est donc la réponse c.

9. On considère une droite $\mathscr{D}$ représentée ci-dessous.



La seule équation pouvant correspondre à l'équation réduite de la droite $\mathscr{D}$ est : $y = x - 3$.

En effet,

- La fonction représentée par la droite $\mathscr{D}$ est croissante ce qui n'est pas le cas pour les fonctions représentées par les équations c. et d. pour lesquelles le coefficient directeur est -1, donc négatif.

- L'ordonnée du point d'intersection de la droite $\mathscr{D}$ et de l'axe des ordonnées est négative.
Il s'ensuit que l'ordonnée à l'origine est négative ce qui n'est pas le cas dans l'équation b. pour laquelle l'ordonnée à l'origine est 3, donc positive.
Par conséquent, **seule équation pouvant correspondre à l'équation réduite de la droite $\mathscr{D}$ est :** $y = x - 3$.
La réponse correcte est donc la réponse b.

10. On considère la fonction f définie pour tout réel x par $f(x) = 7 - \frac{1}{2}(x-3)^2$
L'image de 3 par la fonction f est égale à 7

En effet,

$$\begin{aligned} f(3) &= 7 - \frac{1}{2}(3-3)^2 \\ &= 7 - \frac{1}{2} \times 0 \\ &= 7 \end{aligned}$$

$\Longrightarrow$ $\boxed{f(3) = 7}$
La réponse correcte est donc la réponse c.

11. Quand on développe $(x-3)^2$, on obtient $x^2 - 6x + 9$

En effet,

$$\begin{aligned} (x-3)^2 &= x^2 - 2 \times x \times 3 + 3^2 \\ &= x^2 - 6x + 9 \end{aligned}$$

$\Longrightarrow$ $\boxed{(x-3)^2 = x^2 - 6x + 9}$
La réponse correcte est donc la réponse d.

12. Voici deux séries de valeurs.
Série A : 1 ; 2 ; 3 Série B : 0,5 ; 2 ; 100.
Les deux séries ont la même médiane mais pas la même moyenne.

- La moyenne de la série A est $m_A = \dfrac{1+2+3}{3} = 2$.

La moyenne de la série B est $m_B = \dfrac{0,5+2+100}{3} = \dfrac{102,5}{3} \neq 2$.
Donc **les deux séries n'ont pas la même moyenne.**

- Les deux séries sont classées par ordre croissant et comportent chacune trois valeurs.

Dès lors, la médiane de chacune d'elles est la deuxième valeur, soit 2.
Donc **les deux séries ont la même médiane.**

Par conséquent, **les deux séries ont la même médiane mais pas la même moyenne.**
La réponse correcte est donc la réponse c.

****

DEUXIÈmE PARTIE (14 pts)

Exercice 1 (X points)
Albert a acquis un étang d'une surface de 2 000 m².
Le jour de son anniversaire, un dimanche, il installe des nénuphars sur une surface de 200 m².

1. Le dimanche d'après, la surface des nénuphars a augmenté de 40 m².

1. a) Nous devons déterminer le pourcentage d'augmentation correspondant.

Le pourcentage d'augmentation est donné par le quotient $\dfrac{40}{200} = \dfrac{20}{100}$.
D'où **le pourcentage d'augmentation correspondant à l'augmentation de la surface de 40 m² est de 20%.**

1. b) Nous devons déterminer la surface occupée par les nénuphars à présent.
La surface occupée par les nénuphars à présent est 200 + 40 = 240 m².

2. Dans cette question, on suppose que la surface occupée par les nénuphars augmente de 40 m² chaque semaine, depuis la date anniversaire, tant que cela est possible.

2. a) Nous devons déterminer quelle sera la surface occupée par les nénuphars 10 semaines après l'anniversaire.

La surface occupée par les nénuphars augmente de 40 m² chaque semaine.
Après 10 semaines, la surface occupée par les nénuphars a augmenté de 10×40 m².

Donc la surface occupée par les nénuphars 10 semaines après l'anniversaire est donnée par $S = 200 + 10 \times 40 = 200 + 400$, soit **600 m².**

2. b) Déterminons s'il est possible qu'un dimanche, la surface occupée par les nénuphars soit égale à 580 m².

Nous devons donc déterminer s'il est possible de trouver un entier naturel n vérifiant la relation $200 + n \times 40 = 580$.

$$\begin{aligned} 200 + n \times 40 = 580 &\iff 200 + 40n = 580 \\ &\iff 40n = 580 - 200 \\ &\iff 40n = 380 \\ &\iff n = \frac{380}{40} \end{aligned}$$

$$\iff \boxed{n = 9,5}$$

Puisque $n = 9,5$ n'est pas un nombre entier, **il n'est pas possible qu'un dimanche, la surface occupée par les nénuphars soit égale à 580 m².**

2. c) Déterminons au bout de combien de semaines l'étang sera entièrement recouvert de nénuphars.

Nous devons donc déterminer le plus petit entier naturel n tel que $200 + 40n \geqslant 2000$.

$$\begin{aligned} 200 + 40n \geqslant 2000 &\iff 40n \geqslant 1800 \\ &\iff n \geqslant \frac{1800}{40} \\ &\iff \boxed{n \geqslant 45} \end{aligned}$$

Par conséquent, **l'étang sera entièrement recouvert de nénuphars au bout de 45 semaines.**

3. Dans cette question, on suppose que la surface occupée par les nénuphars augmente de 20% chaque semaine, depuis la date anniversaire, tant que cela est possible.

3. a) Déterminons quelle sera la surface occupée par les nénuphars 2 semaines après l'anniversaire.

Le coefficient multiplicateur correspondant à une augmentation de 20% est $1 + 0,2 = 1,2$.

Dons la surface occupée par les nénuphars 1 semaine après l'anniversaire se calcule par : $200 \times 1,2$.
Par suite, 2 semaines après l'anniversaire cette surface se calcule par : $(200 \times 1,2) \times 1,2 = 200 \times 1,2^2 = 288$.

D'où **la surface occupée par les nénuphars 2 semaines après l'anniversaire est de 288 m².**

3. b) Soit n un entier naturel.
En nous aidant de la question précédente, nous en déduisons que la surface occupée par les nénuphars n semaines après l'anniversaire est égale à $\boxed{200 \times 1,2^n}$.

3. c) Déterminons au bout de combien de semaines l'étang sera entièrement recouvert de nénuphars.

Nous devons donc déterminer le plus petit entier naturel n tel que $200 \times 1,2^n \geqslant 2000$.

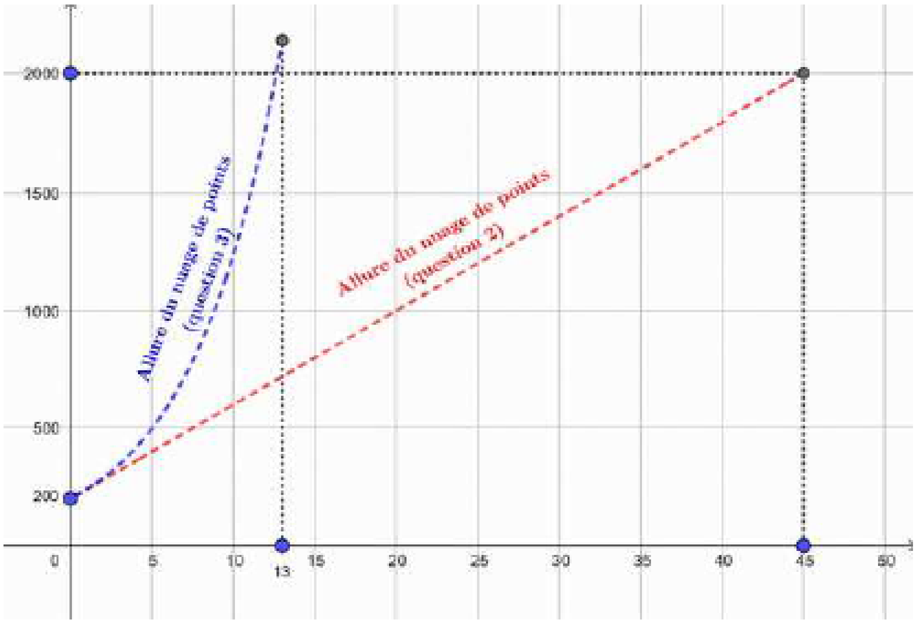
$$\begin{aligned} 200 \times 1,2^n \geqslant 2000 &\iff 1,2^n \geqslant \frac{2000}{200} \\ &\iff 1,2^n \geqslant 10 \end{aligned}$$

Aidons-nous du tableau ci-dessous :

$n =$	0	1	2	5	10	12	13	14	15
$1,2^n \approx$	1	1,2	1,44	2,49	6,19	8,92	10,70	12,84	15,40

À l'aide du tableau, nous déduisons que **l'étang sera entièrement recouvert de nénuphars au bout de 13 semaines.**

4. Donnons l'allure des nuages de points traduisant la progression de la surface occupée par les nénuphars aussi bien dans le cas de la question 2 que dans le cas de la question 3.
Faisons également figurer le moment où, dans chacun des cas, l'étang est recouvert par les nénuphars.



Exercice 2 (X points)

Un vendeur de voitures possède un stock de 1000 voitures dont les caractéristiques sont résumées dans le tableau ci-dessous.

	Blanche	Noire	Rouge	TOTAL
Française	150	x	400	750
Étrangère	100	50	100	250
TOTAL	250	250	500	1000

1. Nous devons indiquer ce que représente x et déterminer sa valeur.

x représente le nombre de voiture françaises noires.

Déterminons la valeur de x en nous aidant de la colonne réservée aux voitures noires.
Nous obtenons ainsi :

$$x + 50 = 250 \iff \boxed{x = 200}$$

2. Nous devons calculer le pourcentage de voitures noires parmi les voitures du stock.
Il y a 250 voitures noires parmi les 1000 voitures du stock.

La proportion de voitures noires parmi les voitures du stock est égale à $\frac{250}{1000}$, soit $0,25$.
Donc **le pourcentage de voitures noires parmi les voitures du stock est de 25%.**

3. Nous devons calculer le pourcentage de voitures noires étrangères parmi les voitures du stock.
Il y a 50 voitures noires étrangères parmi les 1000 voitures du stock.

La proportion de voitures noires étrangères parmi les voitures du stock est égale à $\frac{50}{1000}$, soit $0,05$.
Donc **le pourcentage de voitures noires étrangères parmi les voitures du stock est de 5%.**

4. Nous devons calculer le pourcentage de voitures blanches parmi les voitures françaises.
Il y a 150 voitures blanches parmi les 750 voitures françaises.

La proportion de voitures blanches parmi les voitures françaises est égale à $\frac{150}{750}$, soit $0,2$.
Donc **le pourcentage de voitures blanches parmi les voitures françaises est de 20%.**

5. Nous devons calculer le pourcentage de voitures françaises parmi les voitures blanches.
Il y a 150 voitures françaises parmi les 250 voitures blanches.

La proportion de voitures françaises parmi les voitures blanches est égale à $\frac{150}{250}$, soit $0,6$.
Donc **le pourcentage de voitures françaises parmi les voitures blanches est de 60%.**

6. Alice choisit au hasard une voiture parmi les voitures françaises.
Déterminons la probabilité que cette voiture française ne soit pas rouge.
Il y a 750 voitures françaises.
Parmi elles, le nombre de voitures qui ne sont pas rouges est égal à 750 - 400 = 350.

Donc la probabilité que la voiture choisie par Alice parmi les voitures françaises ne soit pas rouge est égale à $\frac{350}{750} = \frac{7}{15}$.

Benoît choisit au hasard une voiture parmi les voitures blanches.
Déterminons la probabilité que cette voiture blanche soit une voiture étrangère.
Il y a 250 voitures blanches.
Parmi elles, le nombre de voitures étrangères est égal à 100.

Donc la probabilité que la voiture choisie par Benoît parmi les voitures blanches soit une voiture étrangère est égale à $\frac{100}{250} = 0,4$.

Comparons les deux probabilités.

$$0,4 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} = \frac{6}{15} < \frac{7}{15} \Longrightarrow \boxed{0,4 < \frac{7}{15}}$$

Par conséquent, **Alice a plus de chance que Benoît de remporter 1 euro**

Exercice 3 (X points)

La tortue part du point d'abscisse $x = 0$. Elle se déplace vers la droite à une vitesse de 2 mètres par minute.

Soit t le temps exprimé en minutes.
Au bout de t minutes, la tortue aura atteint le point dont l'abscisse est $2t$.

L'escargot part du point d'abscisse $x = 12$. Il se déplace vers la droite à une vitesse de 50 centimètres par minute.
Au bout de t minutes, l'escargot aura atteint le point dont l'abscisse est $12 + 0,5t$.

La tortue rattrapera l'escargot lorsque $2t = 12 + 0,5t$.

$$\begin{aligned} 2t = 12 + 0,5t &\iff 2t - 0,5t = 12 \\ &\iff 1,5t = 12 \\ &\iff 3t = 24 \\ &\iff t = \frac{24}{3} \\ &\iff \boxed{t = 8} \end{aligned}$$

Dès lors, la tortue rattrapera l'escargot au bout de 8 minutes.
L'abscisse du point de rencontre est donnée par $2t = 2 \times 8 = 16$ ou par $12 + 0,5t = 12 + 0,5 \times 8 = 16$.

Par conséquent, **la torture rattrapera l'escargot au point d'abscisse 16.**